

Hatodikosok matematikaversenye II. forduló

Ebben a fordulóban egy 5 feladatból álló sort kell teljesítened. A feladatok megoldásának sorrendje tetszőleges.

Munkádat elvégezheted papíron és digitális formában is. Ha jónak látod, a feladatsort is kinyomtathatod, és a feladatoknál hagyott üres helyekre is dolgozhatsz. Amennyiben papíron dolgozol, úgy fényképezve vagy szkennelve tudod azt eljuttatni hozzánk. Megoldásaidat a macsinkag@nejanet.hu címre várjuk **2022. november 13-a (vasárnap) éjfélig**.

Amennyiben a beküldés során technikai segítségre szorulsz, az előző e-mailcímen keresztül jelezheted ezt, és segítünk a folyamatban.

Néhány feladat után – közvetlenül, vagy az azt követő oldalon – keretben, kék háttérrel ellátva találsz egy kis segítséget vagy tanácsot, amely a kérdés megválaszolásában hasznodra válhat.

A feladatsort egy tematikával is elláttuk. Történetünk itt kezdődik:

Egy iskolában a diákönkormányzat halloweeni bulit szervez az egész iskola számára. Az előkészületek során több feladatot is el kell végezniük, azonban némelyiknél nehézségekbe ütköztek, ezért hozzád fordulnak segítségért. Segíts a szervezőknek, hogy sikeresek legyenek az előkészületek!

1. A bulira készítenek egy kis létszámmal kalkulált költségvetési tervet. A vezetőség azt kérte, hogy 20 fővel dolgozzanak, amire 80.000 forintot kapnak. A lelkes csapat össze is gyűjtött pár információt ital, nasi és díszek terén.

Italok		
1 liter	töklé	350 Ft
1 liter	vérnarancslé	315 Ft
1 liter	paradicsomlé	305 Ft
1 liter	vörös meggylé	310 Ft
Nasik		
1 kg	pókos gumicukor	1.500 Ft
250 g	pillecukor	430 Ft
300 g	szellemkeksz	375 Ft
250 g	pókláb ropi	405 Ft
150 g	szem csoki	395 Ft
Díszek		
1 db	pókháló	2.000 Ft
1 db	műdenevér	450 Ft
1 db	kicsi műpók	300 Ft
1 db	nagy műpók	500 Ft
1 db	boszorkánykalap	2.500 Ft
1 db	szellem lufi	1.200 Ft
1 db	csontváz lufi	1.500 Ft

Szeretnék, ha a kevés pénz ellenére lenne a buliban:

- legalább háromféle üdítőital
- legalább háromféle nasi
- legalább ötféle dísz
- minden vendégre jusson legalább 1 liter üdítő
- minden vendégre jusson legalább 20 dkg nasi
- minden vendégre jusson legalább 1 dísz
- a 80.000 forintos költséghatárt ne lépják túl
- nem kötelező elkölteni a teljes összeget

Készíts egy tervet, amely megfelel a fenti feltételeknek!

2. A buli estéjén a bejáratot az alábbi négy dísszel szeretnék kidekorálni.



Mind a négy figurából 1-1 darabot akarnak feltenni egy sorba az ajtó felső részére. Természetesen érvényesült az örök elv: „ahányan vannak, annyifélet mondanak”.

a) **Hányan lehettek ott a megbeszélésen a szervezők közül, ha az összes lehetséges sorrend pontosan egy-egy diáktól hangzott el?**

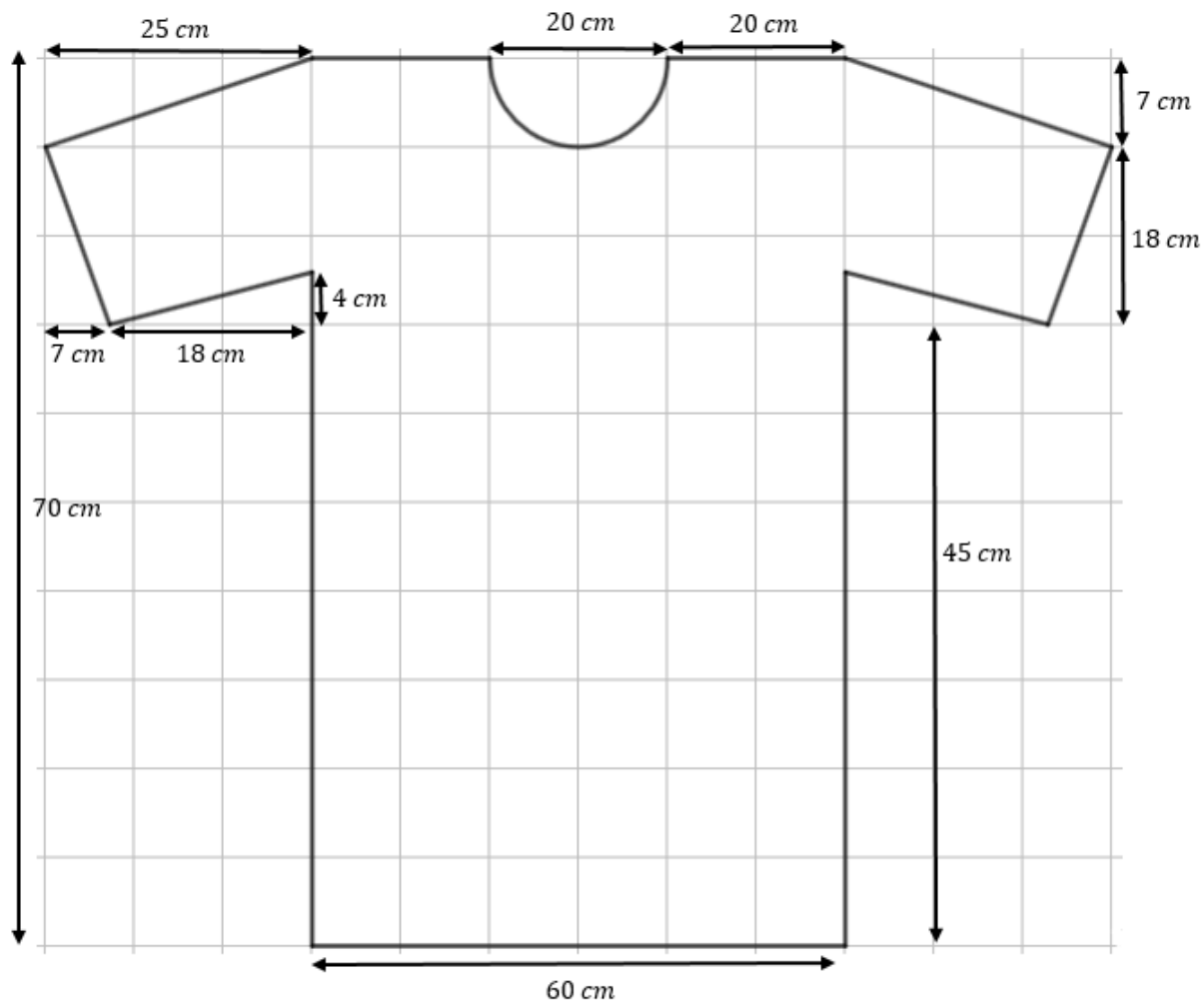
Voltak olyanok, akik a negyedik mintát nem tartották elég érdekesnek, így egy másik ötlettel is előálltak. Szeretnének ugyanúgy négy figurát egymás mellé, egy sorba feltenni az ajtó felső részére, azonban csak az első három minta felhasználásával. Így megengednék, hogy egy figura többször is felkerülhessen. Akár mind a négy is lehetne egyforma.

b) **Hányféleképpen alakulhatna a dekoráció, ha eszerint a terv szerint gondolkodnak?**

A szervezők mindkét probléma esetében rájöttek, hogy könnyen, és sokkal gyorsabban megtalálhatják az összes lehetőséget, ha ezeket nem írják le egyesével, csupán arra koncentrálnak, hogy a sorban első, második, harmadik, illetve utolsó helyre hányféle dísz tudnának feltenni. Ez nyilván attól is függ, hogy egyféle dísz tudnak-e többször használni, vagy nem.

3. A szervezők szeretnék egyenpólóban flangálni a buli során, amelyet maguk szeretnék megcsinálni egy egyszerűsített sablon alapján. Az ábrán láthatod a megfelelő méreteket is. Némi ügyeskedéssel két ilyen formájú szövetdarabból el tudnak készíteni egy pólót. Ugyanakkor sajnálatos módon a kapott sablonjuk nem méretarányos, de egy függőleges tengelyre tengelyesen szimmetrikus. Valamint tudjuk, hogy a nyakkivágás éppen félkör alakú.

Hány cm^2 -nyi anyagra van szükségük egy ilyen póló elkészítéséhez?

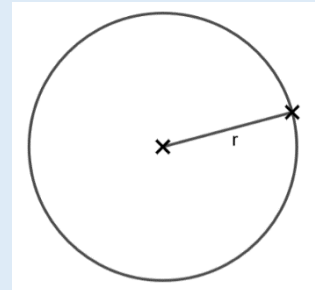


A legtöbb számítás során téglalapokkal lehet ügyeskedni, de a nyakkivágás komoly fejtörést okoz a szervezőknek, így elkezdtek kutakodni, hogyan is tudnának pontosan számolni. Keresésük eredményeként ezt találták:

Egy kör területének kiszámításához egy szép képlet elegendő:

$$T = r^2\pi \text{ avagy } T = r \cdot r \cdot \pi$$

A képlet alkalmazásához két dologra van szükségünk. Az egyik az r ismerete. Ez nem más, mint a kör sugara, azaz egy olyan szakasz, amely a kör középpontját összeköti a körvonal bármelyik pontjával. Lásd jobbra az ábrán.

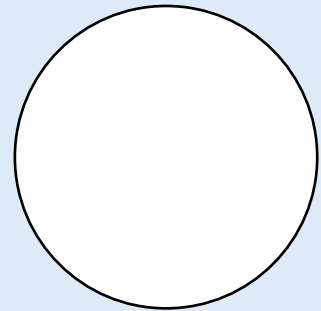


A másik érdekesség az úgy nevezett „pí” (π). A π irracionális szám, vagyis egy olyan végtelen hosszúságú tizedestört, amelynek a számjegyei között nem fedezhető fel semmilyen ismétlődés. Éppen ezért a pontos értékét nem fogjuk tudni alkalmazni. Közelítsük hát meg két tizedesjegy pontossággal. Így $\pi \approx 3,14$ értékkel tudunk dolgozni.

Hogyan is néz ez ki egy példán keresztül? Vegyünk egy kört, amelynek éppen 2 cm hosszúságú sugara van. Lásd jobbra az ábrán. Ennek a területét az alábbi módon tudjuk kiszámolni:

$$T = r \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 2 \cdot \pi = 4 \cdot \pi = 12,56\text{ cm}^2$$

Tehát a jobbra látható kör területe $12,56\text{ cm}^2$.



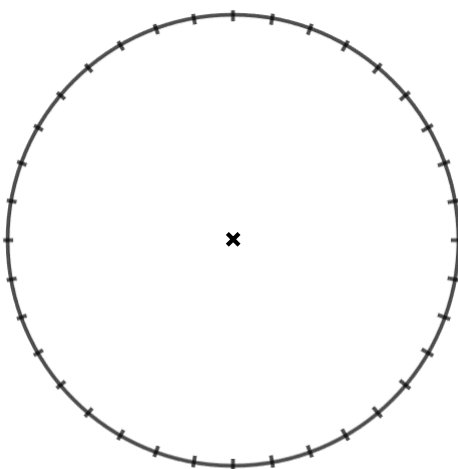
4. Egy-egy pólóhoz – *amelynek az anyagigényét a 3. feladatban számoltad ki* – egy-egy szövetdarabot használnak fel. Ezek a darabok 12 dm szélesek, és másfél méter hosszúak. A fiatalok a környezettudatosság jegyében szeretnék tudni, hogy egy-egy póló elkészítésekor az anyag mekkora része megy kárba. *(Amennyiben az előző feladat megoldásával nem boldogultál, úgy számolj 9000 cm^2 -es, egy pólóhoz szükséges anyagmennyiséggel)*
- Egy vászondarabnak mekkora százaléka lesz hulladék egy póló legyártása során?**

5. A szervezők természetesen nem egyforma méretű személyek, így eltérő méretű pólókra is van szükségük. Az alábbi táblázatban láthatod, hogy az egyes méretekből hány darabra van szüksége a csapatnak.

méret	XS	S	M	L	XL
darabszám	6	12	33	18	3

Szeretnék ezt megmutatni egy prezentációban az iskola vezetőségének is. A látványosság jegyében úgy döntöttek, erre a célra egy kördiagram lenne a legmegfelelőbb.

Készíts egy kördiagramot, amelyen látszódik, hogy az egyes méretekből hány darabot készítettek a diákok! (Segítségül megadtunk egy kört, amelynek ívén 10 fokként elhelyeztünk egy jelölőt. Természetesen készíthetsz saját ábrát is.)



A szervezők bizonytalanok voltak abban, hogyan is lehet szép diagramot készíteni. Végül utánajártak, hogy a megfelelő cikkek rajzolásához a kör középpontjába szoktak megfelelő nagyságú szögeket (középponti szög) szerkeszteni. Így biztosan arányos és látványos ábrát kapnak. Arra is találtak tanácsot, hogyan célszerű ezeket a szögeket kiszámítani. Tudjuk, hogy egy kör éppen 360° -nak felel meg. Ha ezt a számot egyforma részekre osztjuk, megtudhatjuk, hogy egy-egy elem mekkora darabkának (körcikknek) felel meg a körben. Egy példát is találtak erre:

Divatos Dorka szereti a kabátokat. Van is neki jó néhány: pirosból 3, kék 5, sárgából 7, zöldből 2 és feketéből 1 darab. Láthatjuk, hogy ez összesen 18 darab kabát, vagyis a körben lévő 360° -ot 18 egyenlő részre kell osztanunk. Így tehát egy-egy kabátnak egy-egy 20° -os körcikk felel meg.

Ha táblázatba szeretnénk foglalni, ezt kaphatnánk:

kabát színe	piros	kék	sárga	zöld	feke
darabszám	3	5	7	2	1
középponti szög	60°	100°	140°	40°	20°

Mindezt az alábbi diagramon lehetne látványosan szemléltetni.

