

A decorative graphic on the left side of the slide, consisting of a network of white lines and small circles on a blue gradient background, resembling a circuit board or a graph structure.

GRÁFOK MINDENHOL

BEVEZETÉS A GRÁFELMÉLET ALAPJAIBA

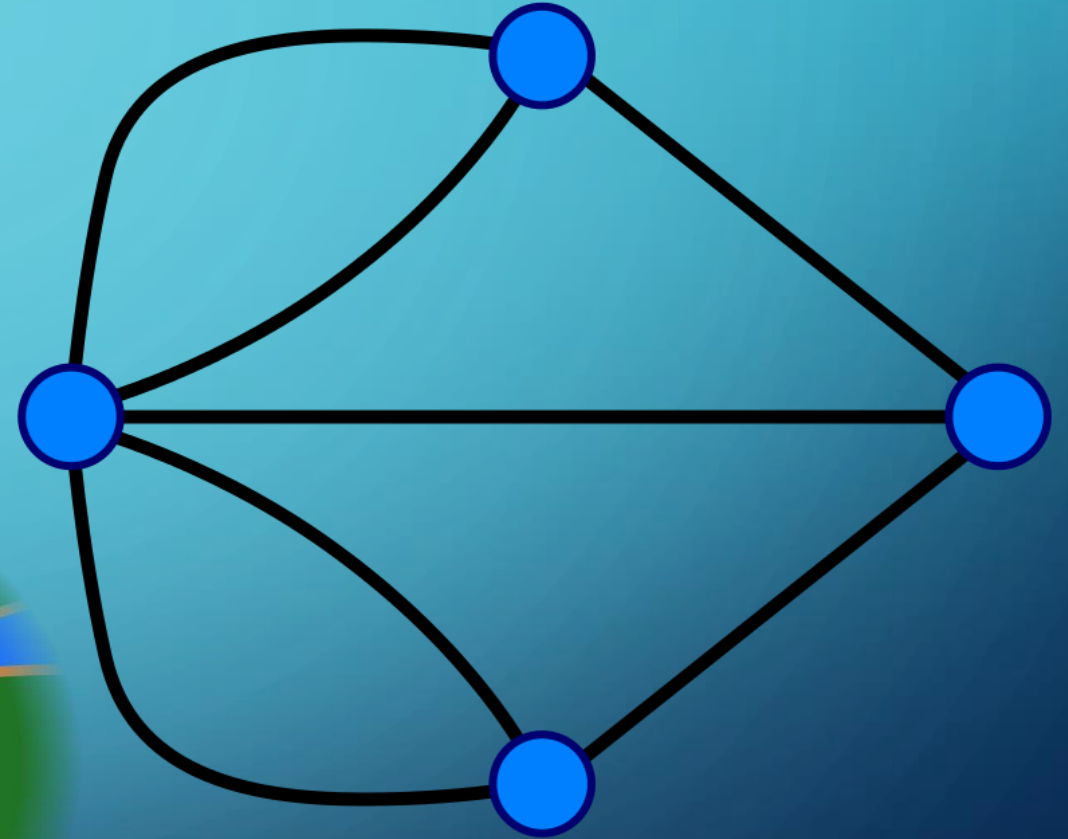
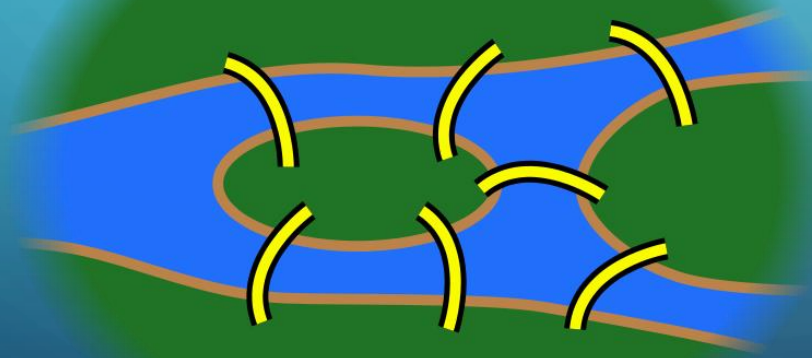
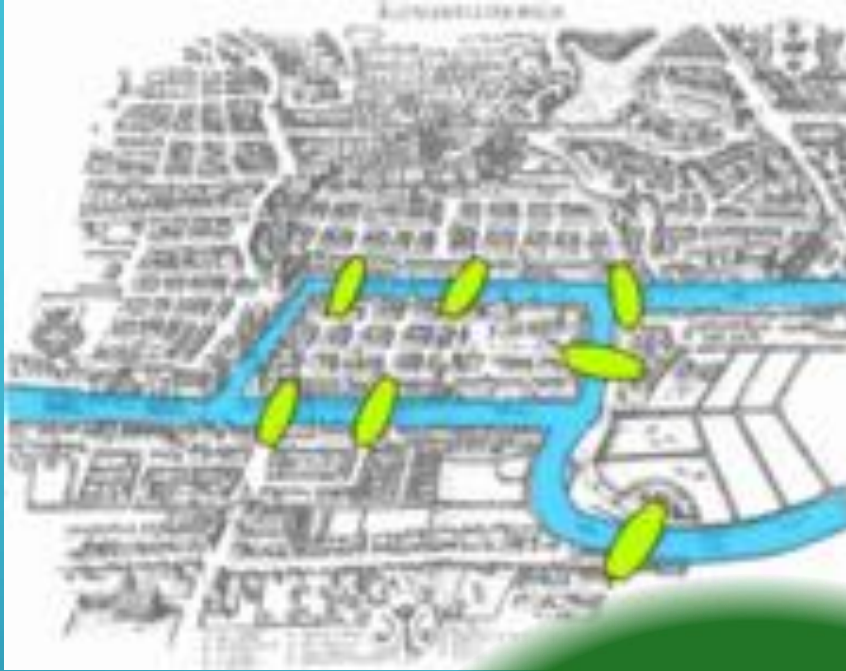
GRÁFELMÉLET TÖRTÉNETE

A gráfelmélet a svájci Euler nevéhez kapcsolódik, és egészen 1736-ig nyúlik vissza a története..

A königsbergi hidak problémája:

Königsberg városban hét híd ívelt át a várost átszelő folyón úgy, hogy ezek a folyó két szigetét is érintették. A königsbergiek azzal a kérdéssel fordultak Eulerhez, vajon végig lehet-e menni az összes hídon úgy, hogy mindegyiken csak egyszer haladjanak át, és egyúttal visszaérjenek a kiindulópontba. 1736-ban Euler bebizonyította, hogy ez lehetetlen.

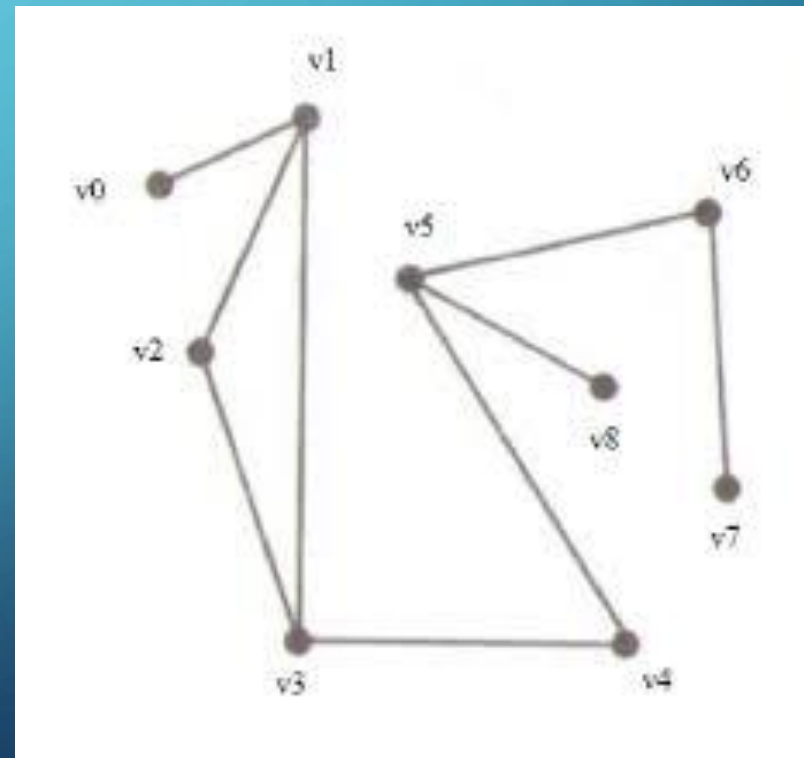
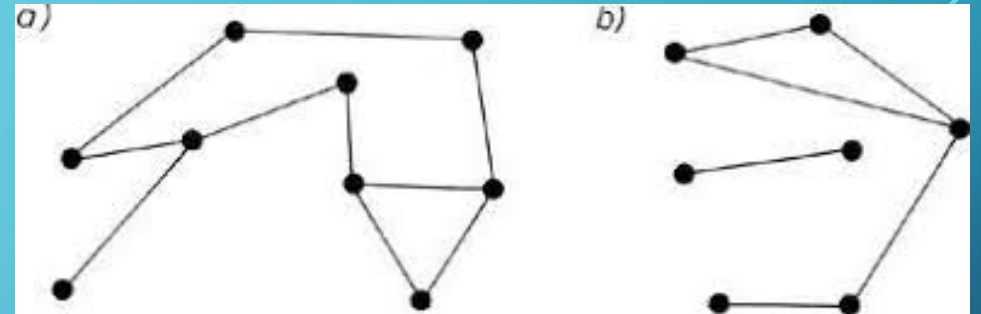
Königsbergi hidak problémája



GRÁF FOGALMA

Gráfnak nevezzük **pontok**nak és **élek**nek a halmazát, ahol az élek pontokat kötnek össze, illetve az élekre pontok illeszkednek úgy, hogy minden élre legalább egy, legfeljebb két pont illeszkedik.

A gráfok pontjait egyszerűen **pontok**nak, vagy **csúcspontok**nak, vagy **csúcsok**nak nevezzük.



ALAPFOGALMAK



Párhuzamos élek.



Hurokél.



Egyszerű gráf.



Teljes gráf.



Összefüggő gráf.



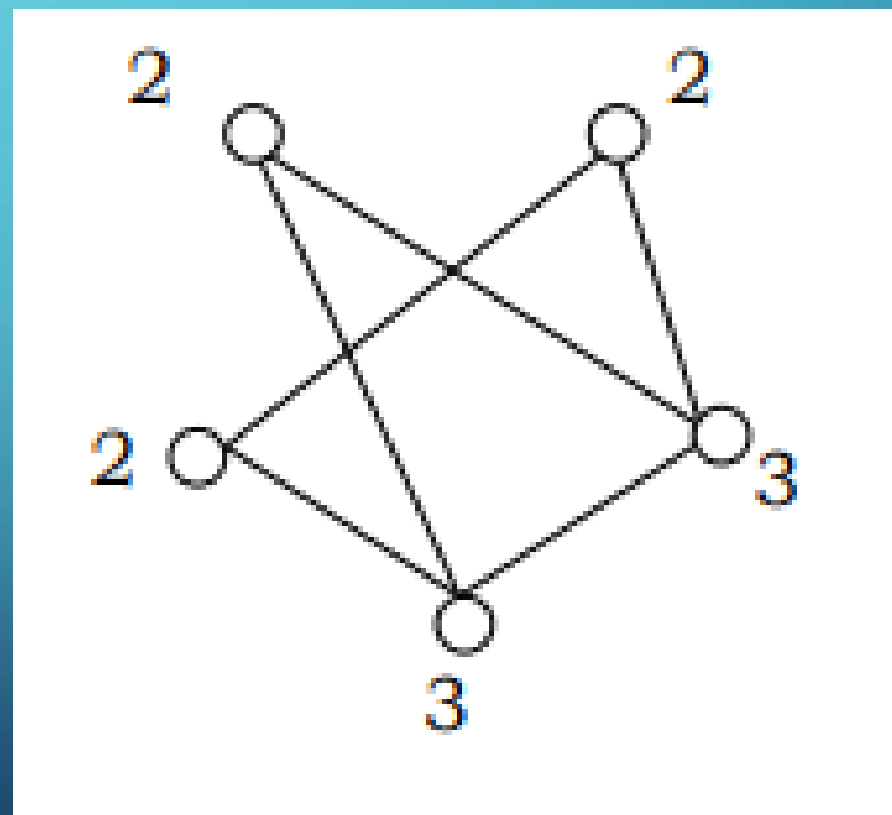
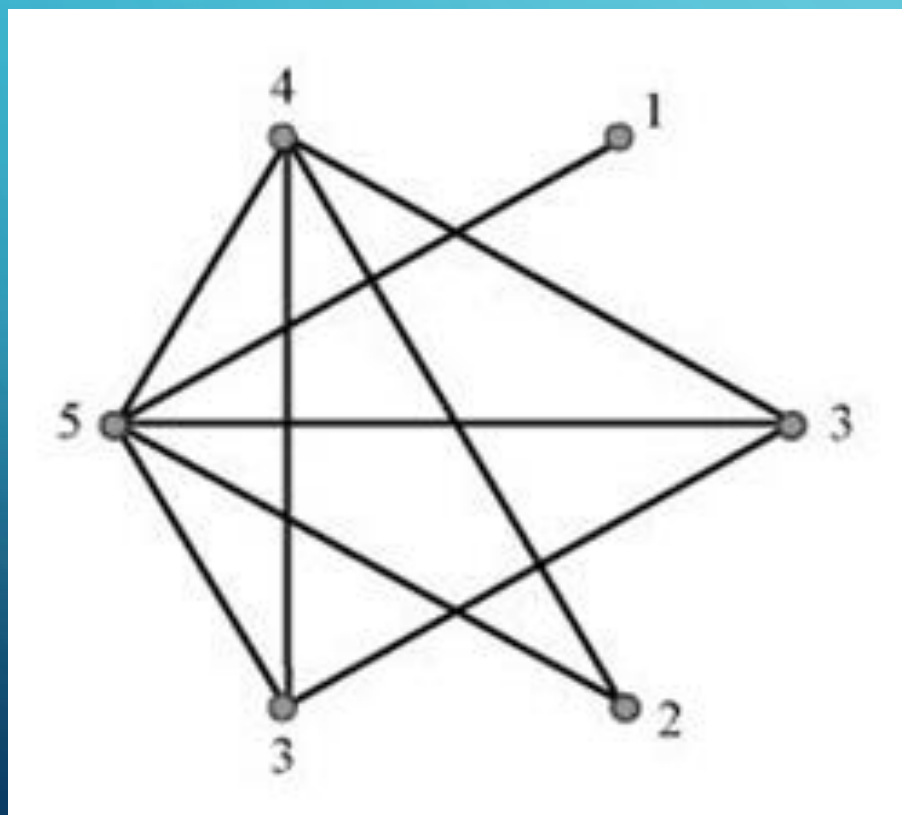
Nem összefüggő gráf.

<https://zanza.tv/matematika/gondolkodasi-es-megismeresi-modszerek/grafok>

<https://zanza.tv/matematika/gondolkodasi-es-megismeresi-modszerek/grafok-alkalmazasa-gyakorlatban>

CSÚCSOK FOKSZÁMA

A gráf egy pontjába összefutó élek számát a pont **fokszámának** nevezzük.



CSÚCSOK FOKSZÁMA

Rajzolj olyan hatpontú gráfot, melyben a pontok fokszáma:

- 1; 2; 2; 2; 3; 4
- 1; 1; 2; 2; 3; 5
- 5; 5; 5; 5; 5; 5
- 1; 2; 2; 3; 3; 4
- 2; 3; 4; 4; 5; 5

Melyiket sikerült megrajzolni? Mi figyelhető meg?

CSÚCSOK FOKSZÁMA

- Bármely gráfban a csúcsok fokszámának az összege az élek számának kétszerese.
- Bármely gráfban a páratlan fokszámú pontok száma páros.



Az egyes állomásokat csúcsoknak tekintve add meg a foksámukat!

Add meg a legkisebb és a legnagyobb foksámú állomások nevét!

Mi jellemzi ezeket az állomásokat?

BUDAPEST METRÓHÁLÓZATA

FELADAT

Öt diák utazik egy vasúti fülkében. Nevezzük őket Aladárnak, Bélának, Cilinek, Dénesnek és Elemérnek. Így nyilatkoznak:

- Aladár: A fülkében ülők közül 4 embert ismerek.
- Béla: A fülkében ülők közül 3 embert ismerek.
- Cili: A fülkében ülők közül 2 embert ismerek.
- Dénes: A fülkében ülők közül 1 embert ismerek.
- Elemér: A fülkében ülők közül nem ismerek senkit.

Feltételezve, hogy senki nem számolja magát az ismerősei közé és az ismeretségek kölcsönösek, igaz lehet-e a fenti állítás-sorozat?

○ **Útnak** nevezzük a gráf egymáshoz csatlakozó éleinek olyan sorát, amely egyetlen ponton sem halad át egynél többször.

Vonalnak nevezzük a gráf egymáshoz csatlakozó éleinek olyan sorát, amelyben egyetlen él sem szerepel egynél többször.

Körnek nevezzük a kezdőpontjába visszavezető utat, azaz olyan élsorozatot, amely a kezdőpontjába tér vissza, valamint minden pont és minden él csak egyszer szerepel benne.

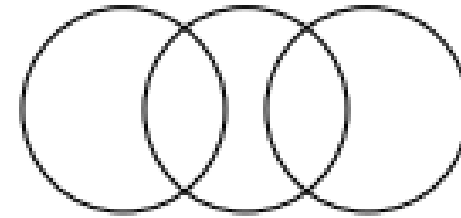
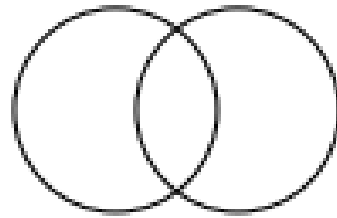
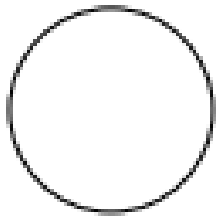
Euler-vonalaknak nevezzük azokat a vonalakat, amelyeknek kezdő és végpontja azonos, és amelyekben a gráfnak minden éle szerepel.

Egy összefüggő gráfnak akkor és csak akkor van Euler-vonala, ha a gráf minden pontjának fokszáma páros szám.

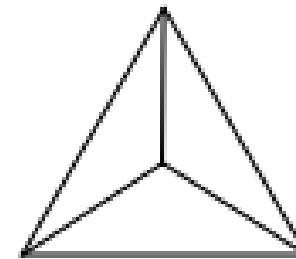
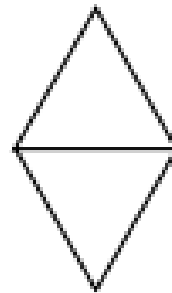
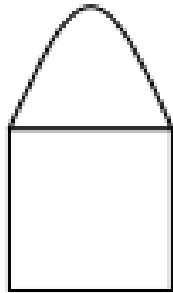
Rajzold le egy vonallal a ceruza felemelése nélkül az alábbi ábrákat! (A már megrajzolt vonalon még egyszer áthaladni nem szabad, megrajzolt vonalat keresztezni szabad.)

Az ábra melyik pontjában lehet egy sikeres rajzolást elkezdni? Keresd meg az összes ilyen pontot! Jelöld ezeket színessel!

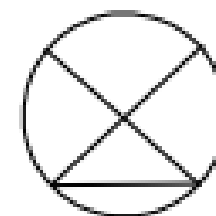
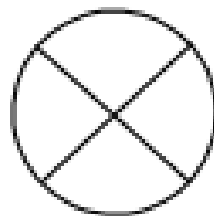
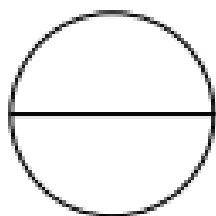
a)



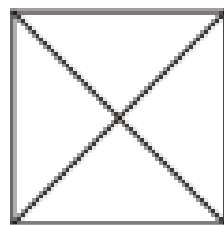
b)



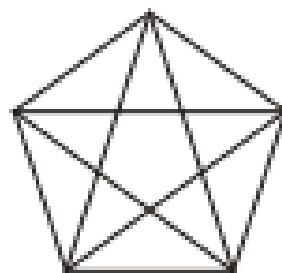
c)



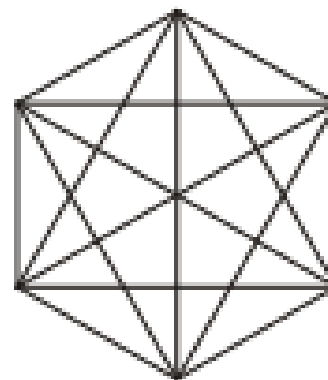
Meg lehet-e rajzolni az alábbi ábrákat egy vonallal, a ceruza felemelése nélkül?



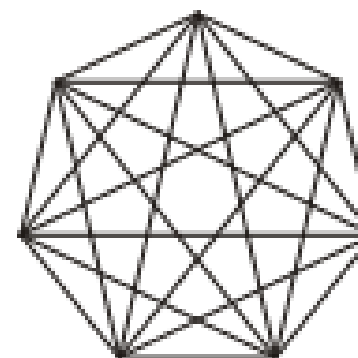
a)



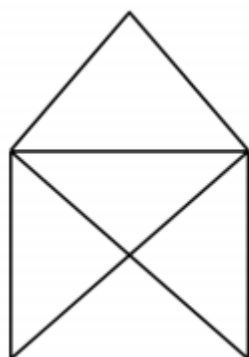
b)



c)



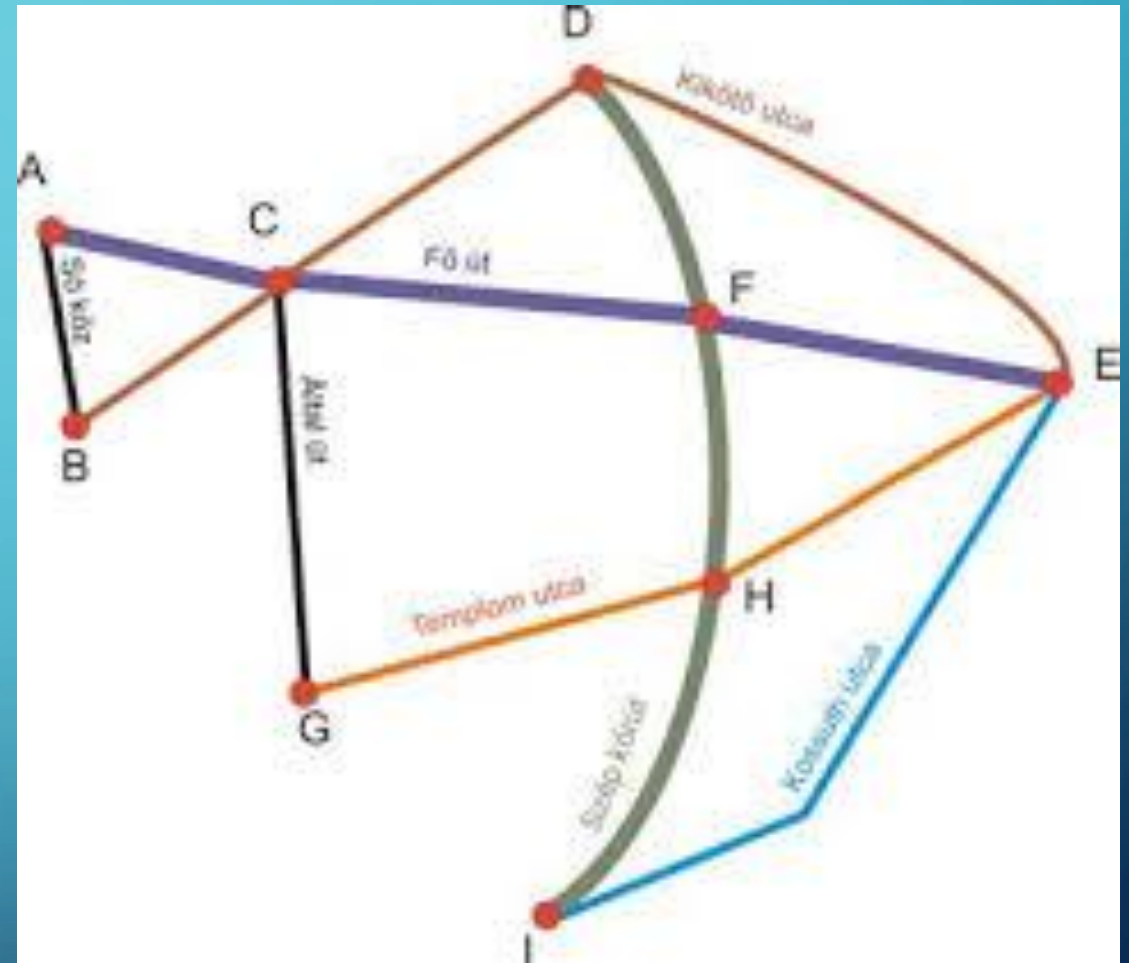
d)



Egy házaspár elhatározta,
hogy taxival járják végig a
város bizonyos utcáit.

Meg tudják-e ezt úgy tenni,
hogy minden útszakaszon
csak egyszer menjenek
végig?

Hova rendeljék a taxit,
honnan érdemes elindulni?

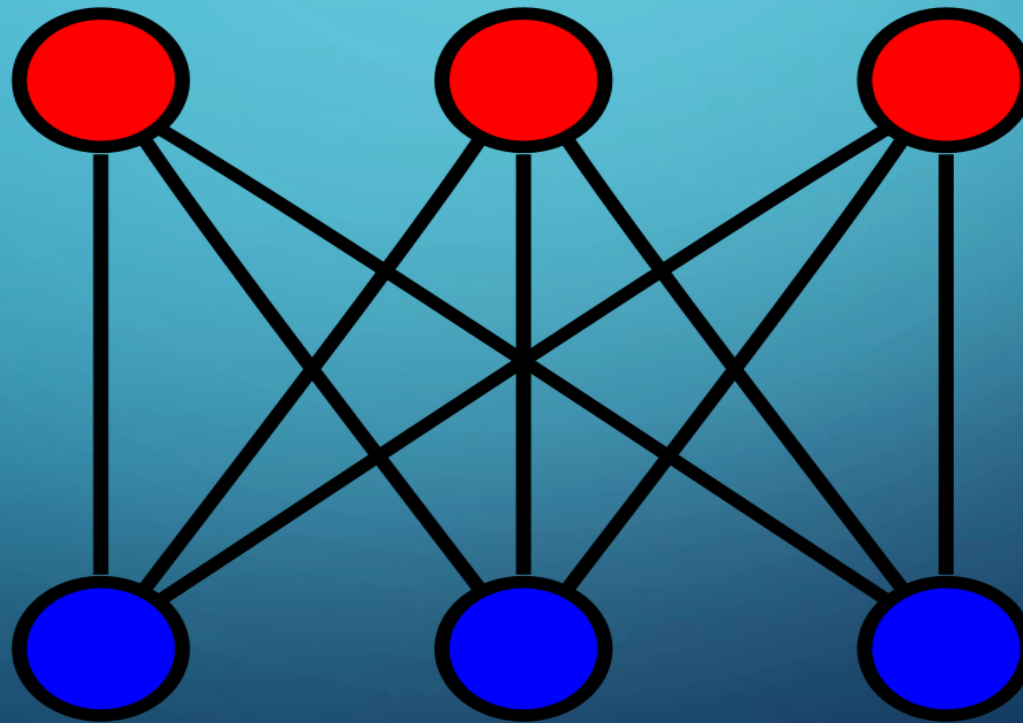


Három házból vezessünk három kúthoz kilenc ösvényt úgy,
hogy minden házból minden kúthoz egy-egy ösvény fusson,
és az ösvények ne keresztezzék egymást.

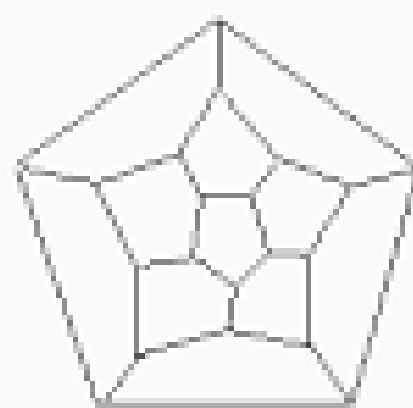


SÍKBA RAJZOLHATÓ GRÁF

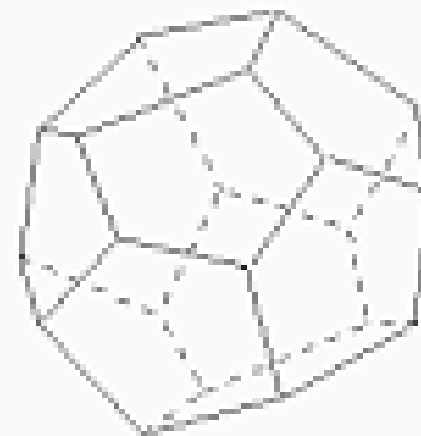
Olyan gráf, ami lerajzolható úgy a síkon, hogy élei kizárólag a csúcspontokban találkoznak.



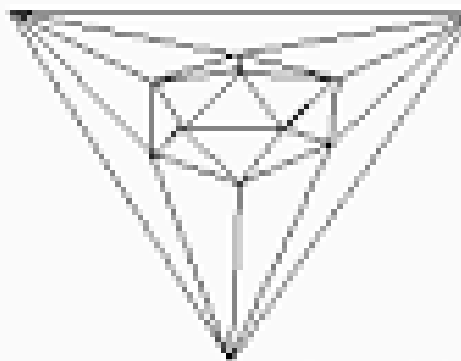
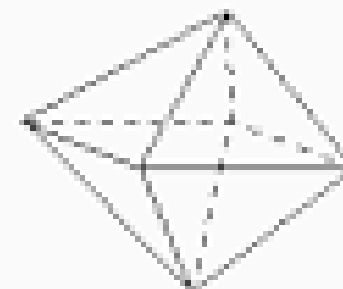
SZABÁLYOS TESTEK SÍKBA RAJZOLT GRÁFJAI



dodekaéder



oktaéder



ikosaéder

