

#### A 4. forduló megoldásai

1.

Legyen a fa eredeti magassága 1m.

$$1. \text{ nap: } 1,5 * 1 = 1,5m$$

$$2. \text{ nap: } 1\frac{1}{3} * 1,5 = \frac{4}{3} * \frac{3}{2} = 2m$$

$$3. \text{ nap: } 1\frac{1}{4} * 2 = \frac{5}{4} * 2 = 2,5m$$

$$4. \text{ nap: } 1\frac{1}{5} * 2,5 = \frac{6}{5} * \frac{5}{2} = 3m$$

Stb...

Minden nap 0,5m-t nő a fa.

$$100m\text{-nak kell lennie; vagyis } 99m\text{-t kell nőnie} \Rightarrow \frac{99}{0,5} = 198 \text{ nap alatt nő meg.}$$

2.

Mivel minden autóra 7 tartályt kell tenni, így csak a rakományokat kell szétosztani 3 egyenlő részre.

Legyen a teli rakománya  $2x$  tömegű.

Legyen a fél rakománya  $5$  tömegű.

Legyen az üres rakománya  $0$  tömegű.

A rakomány össztömege:  $7 * 2x + 7x = 21x \Rightarrow$  egy autóra  $7x$  tömegű rakományt kell tenni.

A teli rakományok száma ezért  $< 4$  autónként  $\Rightarrow$  teli lehet: 1 vagy 2 vagy 3.

Ha teli van, akkor...

Fél	0	1	2	3	4	5	6
üres	6	5	4	3	2	1	0

A jó: 1 teli:  $2x$

5 fél:  $5x$

1 üres:  $0$

↓

$7x$  a rakomány

Ha 2 teli van, akkor...

Fél	0	1	2	3	4	5
üres	5	4	3	2	1	0

B jó: 2 teli: 4x  
 3 fél: 3x  
 2 üres: 0  
 ↓  
 7x a rakomány

Ha 3 teli van, akkor...

Fél	0	1	2	3	4
üres	4	3	2	1	0

C jó: 3 teli: 6x  
 1 fél: x  
 3 üres: 0  
 ↓  
 7x a rakomány

...a következő módokon pakolhatunk:

1. autó	2. autó	3. autó
A 1t 5f 1ü	C 3t 1f 3ü	C 3t 1f 3ü
B 2t 3f 2ü	B 2t 3f 2ü	C 3t 1f 3ü

3.

Egy csempe odahelyezésével, akkor nem nő a kerület, ha ugyanannyi oldalával tapad egy már ott lévő csempéhez, mint ahány oldalával nem érintkezik a másik csempével.

Ez azt jelenti hogy minden odatett új csempe 2 oldalával kell érintkezzen a már ott lévő csempével.

⇒ 1-20 db csempényt helyezhetünk úgy az alakzathoz, hogy annak kerülete ne változzon.

⇒ Így a keletkező alakzat területe 11-30 közötti egész szám lehet. (20 db megoldás van)

4.

Tegyük fel, hogy  $x$  ember van.

Ekkor az összes kézfogások száma  $\frac{x(x-1)}{2} < 100x < 15$ , mert  $\frac{15*14}{2} = 105$  kézfogás  $> 100$

Legyen  $x=14 \Rightarrow \frac{14*13}{2} = 91 < 100 \Rightarrow$  az új ember 9 másikat ismer

Legyen  $x=13 \Rightarrow \frac{13*12}{2} = 78 < 100$ , de ha  $100-78=22 > 13$

Stb...

Ha  $x \leq 13 \Rightarrow$  az új embernek több embert kellene ismernie mint ahányan voltak eredetileg.  
 $\Rightarrow$  14 fő volt az eredeti létszám, az új pedig 9 másikat ismert.

5.

$$\frac{5}{1980*1985} = \frac{1}{1980} - \frac{1}{1985}$$

$$\frac{5}{1985*1990} = \frac{1}{1985} - \frac{1}{1990}$$

$$\frac{5}{1990*1995} = \frac{1}{1990} - \frac{1}{1995}$$

$$\frac{5}{1995*2000} = \frac{1}{1995} - \frac{1}{2000}$$

$$\frac{5}{2000*2005} = \frac{1}{2000} - \frac{1}{2005}$$

$$\frac{5}{2005*2010} = \frac{1}{2005} - \frac{1}{2010}$$



Ezeket összeadva:  $\frac{1}{1980} - \frac{1}{2010} = \frac{2010-1980}{1980*2010} = \frac{1}{1980*67} = \frac{1}{1980*67} = \frac{1}{132660}$