

Az III. forduló feladatainak megoldásvázlatai

1. Számold ki a betűk értékét! (2-3-4-4-4 pont)
 - a) $A \cdot 1,5 = 300$, innen pedig $A = 200 \text{ dkg} = 2 \text{ kg}$.
 - b) $B = 6 \cdot 0,75 \cdot 0,01 = 0,045$ tonna, vagyis $B = 45 \text{ kg}$.
 - c) $C \cdot 0,2 \cdot \frac{2}{3} = 0,4$. Ezt átírva $C \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$. Innen $C \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{5}$. $C = \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{2} = 3$ Tehát $C = 3 \text{ km}$.
 - d) $\frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ rész, vagyis $D = 40\%$.
 - e) $E = 5 \cdot (-2)^3 - (-5)^2 : \frac{1}{2} = 5 \cdot (-8) - (25) : \frac{1}{2} = -40 - 50 = -90$
2. Egy kb. 2 méter hosszú lécs harmadánál pihen egy bolha, majd ugrálni kezd. Minden ugrása véletlenszerűen balra vagy jobbra történik a lécen. Ugrásai 10 cm hosszúak. 10 ugrással kell eljutnia a pihenőhelyétől 60 cm távolságra jobbra. Segíts neki! Indokolj! (6-3 pont)
 - a) Hányat kell balra, illetve jobbra ugrania?
 - b) Hányféle módon juthat el?

Legyen a jobbra ugrások száma x , míg a balra ugrások száma $10 - x$. Ekkor felírható az alábbi egyenlet: $10x - 10(10 - x) = 60$. Ezt megoldva $x = 8$. Tehát 8-at kell jobbra ugrania, míg 2-tőt balra. A 10 ugrásból a 2 balra ugrás $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ -féleképp választható ki.

3. A 7. osztályosok matematika versenyén annyi gyerekláb kalimpál, hogy a kalimpáló lábak számának harmada 24-gyel több, mint az ötöde. Hány gyerekláb kalimpál? (6 pont)

Legyen a kalimpáló lábak száma x . Ekkor felírható az alábbi egyenlet. $\frac{x}{3} = \frac{x}{5} + 24$
A közös nevezővel való szorzás és rendezés után $x = 180$ adódik. Tehát 90 gyereknek kalimpál a lába.

4. Egy négyzet oldalait az ábrán látható módon 2, 3, 4, 5 egyenlő részre osztottuk, majd az ábra szerinti osztópontokat összekötöttük. Hányad része a keletkező négyszög területe a négyzet területének? (14 pont)

Legyen a négyzet oldala 1 egység. A keletkező négyszög által levágott háromszögek területét jelölje (a bal alsó saroktól az óramutató járásával ellentétesen számozva) T_1, T_2, T_3, T_4 .

Ezeket a területeket számoljuk ki először.

$$T_1 = \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}\right) : 2 = \frac{3}{20} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{40}$$

$$T_2 = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}\right) : 2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

$$T_3 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) : 2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$T_4 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : 2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = \frac{53}{120}$$

A négyszög területe: $T = 1 - \frac{53}{120} = \frac{67}{120}$. Tehát a négyszög területe a négyzet területének $\frac{67}{120}$ -ad része.

5. Anna piros, fehér és kék gyöngyökből készíti a karácsonyi ajándékot Beának úgy, hogy 2 piros és 2 kék közé 1 fehéret fűz. A gyöngysort 2 db kék színűvel kezdi fűzni.

a) Milyen színű lesz a 45-dik gyöngy?

b) A 73-dik színe milyen?

c) Szeretné befejezni az ajándék készítését. Már 100 db-ot felfűzött. Legkevesebb hány db és milyen színű gyöngyöt kell még felfűznie, hogy az összekapcsolt fűzerben is 1 fehér válasszon el 2 pirosat és 2 kéket.

d) Hány db-ot használt fel az egyes színekből külön-külön?

(1-1-4-2 pont)

Írjuk fel az alábbi sorozatot: $k, k, f, p, p, f, k, k, f, p, p, f, k, k, \dots$ miután a sorozat hatosával ismétlődik elég a sorszámok 6-os maradékait nézni. Ezek szerint ha a maradék 1, 2 akkor a gyöngy kék, ha 0, 3 akkor fehér, míg ha 4, 5 akkor a felfűzött gyöngy piros. Innen kapjuk, hogy a 45 6-os maradéka 3 így ez a gyöngy fehér színű, míg a 73-dik gyöngy színe kék. A 100 6-os maradéka 4 így a 100-dik gyöngy piros. Ezt egy piros és egy fehér gyöngy követi tehát még 2 darabot kell hozzáfűznie. Ekkor minden színből éppen 34-et tartalmaz a lánc.