A 2. Forduló feladatainak megoldásvázlatai

1. *A feladat helyes megoldásával 9 pont szerezhető.*
   Legyen az áru ára eredetileg x forint. Az első emelés utáni új ár: $1,28 \cdot x$. Két hónap múlva ezt ismételten megemelik 10%-kal, így az ára a második emelés után: $1,28 \cdot x \cdot 1,1$ forint. A feladat szövege alapján felírható az $1,28 \cdot x \cdot 1,1 = 154880$ egyenlet, amiből $x = 110000$-nek adódik. Tehát az áru eredetileg 110000 forintba került.

2. *A feladat helyes megoldásával* 8 *pont szerezhető.*
   Határozzuk meg, hogy a tanítási napok az év hányad részét teszik ki. Ezt megkaphatjuk úgy, hogy a teljes 1 év időtartamából kivonjuk a szünidők, illetve szabadnapok(szombat, vasárnap) megfelelő hányadainak összegét. A tanítási napok tehát az év $1 - (\frac{1}{6} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45} + \frac{2}{9}) = \frac{5}{9}$ részét teszik ki. A szabadnapok és a tanítási napok együttesen tehát az év $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ részét teszik ki.

3. *A feladat helyes megoldásával* 9 *pont szerezhető.*
   Megmutatjuk, hogy azok az esetek nem fordulhatnak elő, hogy az 50 pozitív egész szám közül mindegyike különböző páratlan szám, vagy köztük csak egy páros szám szerepel. Ha ugyanis minden szám különböző páratlan lenne, akkor már a legkisebb 50 különböző páratlan pozitív egész szám összege is $1+3+5+\cdots+99 = 2500$-at adna eredményül, pedig a feladat állítása szerint ez az összeg 2496. Ha más különböző páratlan számokat vennénk ez a 2500-as összeg csak növekedhetne, így semmi esetre sem lehet 2496-tal egyenlő. Az az eset sem fordulhat elő, hogy a számok között egy páros szerepel, mert akkor a 49 darab páratlan számnak és ennek az egy páros számnak az összege is páratlan, így megint nem lehet az összegük 2496. Ezzel bizonyítottuk, hogy legalább 2 páros szám szerepel a számaink között. A kívánt összeg el is érhető úgy, hogy az első 50 páratlan szám közül pl. a 3 és a 7 helyére a 2, illetve a 4 számokat írjuk.

4. *A feladat helyes megoldásával* 12 *pont szerezhető.*
A dobókockán szerepelhetnek a 2, 3, 5 törzsszámok(prímszámok). Ha Sárinak nem lenne igaza, azaz minden kockán más pötty lenne, akkor a három kockán csak a $2, 3, 5$ prímszámok lehetnének valamilyen sorrendben, de akkor az összegük $2 + 3 + 5 = 10$ lenne, és ez ellentmond Marci állításának, miszerint az összeg 10-nél nagyobb.(Marci biztosan igazat mond a feltétel szerint). Sári tehát igazat mondott, és ez többféleképpen is megvalósulhat: $3, 3, 5$, ekkor az összeg 11 valóban prímszám, illetve $3, 5, 5$ is megfelelő, ekkor az összeg 13.

5. *A feladat helyes megoldásával* 12 *pont szerezhető.*
Legyen a téglalap alakú játszótér oldalai méterben kifejezve x, illetve $2x$. A játszóteret körülvevő járda külső oldalai is téglalapot alkotnak, melynek oldalhosszúságai $2x+2$, illetve $x+2$ méter. A járda területét megkaphatjuk e két téglalap területének különbségeként.

$$T_j = (2x + 2) \cdot (x + 2) - 2x \cdot x = 6x + 4$$

A feladat szövege alapján a járdakészítéshez 640 darab 50 cm oldalhosszúságú négyzet alakú betonlapot használtak fel. Egy betonlap területe $0,5 \cdot 0,5 = 0,25\ m^2$. Azaz a betonlapok összesen $640 \cdot 0,25 = 160\ m^2$-nyi felületet fednek le. Az előzőek alapján felírható az alábbi egyenlet: $6x + 4 = 160$, ahonnan $x = 26$. Azaz a játszótér oldalai 26, illetve 52 méter hosszúságúak.